



Aprendizaje integral en cálculo a través del aprendizaje basado en problemas

Brian Bastidas Bustamante

Resumen

Se trata de dar a conocer una metodología que les permite a los docentes abrirse a la idea no solo de estar a la vanguardia con la asignatura de Cálculo, sino también de brindar la posibilidad a los estudiantes de que desarrollen competencias integrales, en este caso, la lectura y la escritura crítica. Por tanto, el aprendizaje basado en problemas (ABP) se presenta en cada uno de sus momentos. Inicialmente, se explican las características y los aspectos positivos del ABP; posteriormente, se desarrollan los parámetros del problema que ayudará a que se cumpla con los objetivos planteados para cada tema; finalmente, se realiza la implementación y el análisis de los resultados de aprendizaje, haciendo una comparación entre un grupo con la metodología tradicional y el grupo con el ABP.

Palabras clave: aprendizaje basado en problemas, cálculo, lectura y escritura en matemáticas.

Abstract

This text attempts to share the benefits of the Problem Based Learning (PBL) methodology applied to the Calculus subject to contribute to the development of comprehensive reading and writing competencies in students. To do this, it presents each stage of the process. Initially, it explains the characteristics and positive aspects of the methodology. Then, it develops the parameters of the problem that helped to meet the objectives set for each topic. Finally, it shows the implementation carried out and the analysis of the learning results obtained from a comparison made between a group with traditional methodology and a group with PBL.

Keywords:

project based learning, calculus, reading and writing in mathematics.

Introducción

El objetivo es describir el impacto de la lectura y escritura en la enseñanza de las matemáticas a través de la implementación del aprendizaje basado en problemas (ABP), para responder a las necesidades actuales como el mejoramiento en el proceso de lectura y escritura de los estudiantes, el logro de objetivos de la asignatura base a través de la metodología utilizada, la función de las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC) en las actividades y la necesidad de implementar una metodología que logre cambiar la forma de enseñar por parte del docente y de aprender por parte de los estudiantes.

Para entrar en contexto con el ABP, se inicia reseñando el montaje, para el cual se requiere una planeación minuciosa y detallada, acompañada de una serie de hipótesis de lo que puede pasar durante todo el proceso de trabajo con los estudiantes. También es muy importante tener claros los objetivos de aprendizaje, las actividades, las tutorías, las evaluaciones y los pensamientos que podrían llegar a tener los estudiantes.

Luego de la creación del ABP, sigue la implementación y verificación de los resultados de aprendizaje. Para su análisis, se comparan dos grupos entre quienes se imparte la asignatura. En un grupo, se trabaja de la manera tradicional y en el otro con el ABP, y así se puede ver una gran diferencia entre los resultados para las mismas evaluaciones en los dos cursos.

Desarrollo

Este proyecto nace de la idea de implementar la lectura y la escritura crítica de los estudiantes del programa de Administración de Empresas de la Universidad Católica Lumen Gentium (Unicatólica) en la asignatura de Cálculo, del Departamento de Ciencias Básicas, que se acostumbra a impartir desde la metodología tradicional dado el contenido temático, la extensión y la dificultad que presentan los estudiantes para su comprensión. Es difícil para un docente pensar en buscar otra metodología que sea



capaz de llevar a la comprensión, la aplicación y la interpretación de cada uno de los conceptos. Por lo general, el docente explica el concepto, lo contextualiza, realiza algunos ejemplos de aplicación y espera que a través de estos los estudiantes se enfrenten a unos ejercicios y logren solucionarlos de igual forma. De este modo, si surgen errores, dudas o la necesidad de solicitar la ayuda del docente, se repite el proceso de manera cíclica hasta que los estudiantes puedan resolver casi cualquier ejercicio del mismo tema de manera autónoma.

Personalmente, pensaba que con la metodología tradicional era imposible llegar a implementar la lectura y la escritura en los estudiantes en la asignatura de Cálculo, por eso, se investiga sobre nuevas metodologías y se encontró el ABP, que es una metodología que se centra en el estudiante y donde se les presenta un problema real o ficticio. Los estudiantes tienen que hacer uso de algunos conocimientos previos y de otros que deben adquirir durante el proceso sin que el docente les brinde una clase magistral. Barrows (1986) define el ABP como “un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos” (p. 483). Para Prieto Navarro (2006), “el aprendizaje basado en problemas representa una estrategia eficaz y flexible que, a partir de lo que hacen los estudiantes, puede mejorar la calidad de su aprendizaje universitario en aspectos muy diversos” (p. 185). Por otra parte, el ABP ayuda al estudiante a trabajar y desarrollar diversas competencias. Autores como de Benito y Cruz (2005), De Miguel (2005) y Prieto Navarro (2006) destacan las siguientes:

- Resolución de problemas
- Trabajo en equipo
- Toma de decisiones
- Habilidades de comunicación (argumentación y presentación de la información)
- Desarrollo de habilidades de búsqueda y manejo de información

- Desarrollo de habilidades de investigación
- Desarrollo de actitudes y valores: precisión, revisión, tolerancia
- Planificación de las estrategias que se van a utilizar para aprender
- Identificación de problemas relevantes del contexto profesional
- Conciencia del propio aprendizaje que asume la responsabilidad de ser parte activa en el proceso
- Pensamiento crítico
- Aprendizaje autodirigido
- Habilidades de evaluación y autoevaluación
- Aprendizaje permanente
- Desarrollo del razonamiento eficaz y la creatividad

De esta forma, se puede ajustar el ABP para cumplir los objetivos del proyecto, crear un problema que aplique los conocimientos en el área de la asignatura de Cálculo y que, a su vez, se implemente la lectura y la escritura en los estudiantes.

Creación del aprendizaje basado en problemas

Para la creación del ABP, primero, se definen los objetivos curriculares, los cuales son:

- Determinar los intervalos sobre los cuales una función es creciente o decreciente.
- Aplicar el criterio de la primera derivada para determinar los extremos relativos de una función.
- Entender la definición de extremos de una función en un intervalo.
- Entender la definición de extremos relativos de una función en un intervalo.
- Encontrar los extremos en un intervalo cerrado.



- Determinar intervalos sobre los cuales una función es cóncava hacia arriba o hacia abajo.
- Encontrar los puntos de inflexión de la gráfica de una función.
- Aplicar el criterio de la segunda derivada para determinar extremos relativos de una función.
- Analizar y trazar la gráfica de una función.
- Resolver problemas de máximos y mínimos aplicados.
- Se definen también las siguientes características:
 - La extensión curricular: en este caso, la institución divide el semestre en tres cortes; el proyecto se debe realizar en el tercer corte, puesto que para comenzar lo los estudiantes necesitan unos conocimientos previos que van a adquirir en los primeros dos cortes.
 - Los recursos que se necesitarán por parte de los estudiantes y del docente para todo el desarrollo, la solución y la presentación del problema.
 - Las referencias de información y el material que ayudarán al estudiante a adquirir ese conocimiento nuevo y necesario para la solución del problema.
 - La creación de las rúbricas de evaluación que el estudiante desde el primer momento debe conocer muy bien, en qué momento y de qué forma será evaluado.
 - Determinación de los grupos: cuál es la mejor forma de desarrollar el ABP.

Luego de tener claro todo lo anterior, se procede a crear un problema que cumpla con los objetivos planteados, para ello, se crea el siguiente escenario:



Escenario del ABP

La reconocida empresa colombiana Ecopetrol los ha contratado para realizar un estudio de inversión. Dicha empresa quiere tomar la decisión de invertir en dos negocios de los que hasta ahora solo conoce los datos siguientes:

Negocio 1:

Función 1: Pueden ser ingresos, costos, utilidad, costo promedio, demanda. Función 2: Pueden ser ingresos, costos, utilidad, costo promedio, demanda, no iguales a la función.

Límite de producción

Tiempo de producción al año

Inversión

Negocio 2:

Función 3: Pueden ser ingresos, costos, utilidad, costo promedio, demanda. Función 4: Pueden ser ingresos, costos, utilidad, costo promedio, demanda, no iguales a la función 3.

Límite de producción

Tiempo de producción al año

Inversión

Ecopetrol, para invertir en uno de los negocios, desea conocer:

- Las gráficas (suponiendo que no contamos con calculadoras gráficas) de las funciones de ingresos, demanda, costo promedio, costos y utilidad.
- Registrar los ingresos máximos de cada empresa y a qué cantidad de artículos producidos sucede, los costos mínimos de cada empresa y a qué cantidad de artículos producidos sucede, la utilidad máxima de cada empresa y a qué cantidad de artículos producidos sucede.



- El tiempo de recuperación de la inversión.
- La recomendación, por parte del grupo que realiza el informe, sobre cuál negocio es más viable, con sus comparaciones y la presentación de las funciones (costo marginal, ingreso marginal, utilidad marginal, costo promedio y demanda), de este negocio.
- Del negocio que se recomiende, también se desea conocer la producción óptima y sus respectivas recomendaciones.
- Presentar un informe escrito con todo el proceso que incluya los cálculos, los comparativos, las gráficas, las decisiones y las recomendaciones.

En el caso anterior, la idea es que cada grupo se enfrente a funciones diferentes, a saber, limitantes de producción, tiempos de producción e inversiones que lleven a conclusiones totalmente diferentes.

Guías del docente y del estudiante

Luego de tener el escenario del ABP o el enunciado problema, se procede a crear la guía del docente. En este caso, la función del profesor es totalmente diferente del rol del maestro tradicional, ya que el profesor pasa a ser un tutor o guía de los estudiantes, siendo muy precavido en las respuestas dadas a las diferentes dudas de los grupos de trabajo, dando unas pequeñas instrucciones (pequeñas para que los estudiantes vayan por un buen camino, pero también para que por sí solos lleguen a la solución del problema).

En esta guía, también se planean las sesiones que se tendrán con cada grupo, las cuales tienen como objetivos determinar las responsabilidades del docente y revisar los avances de cada grupo y los conocimientos a reforzar.

A parte de la guía del docente, se crea la guía del estudiante con las características de cuál es la función del estudiante, qué acciones y reco-

mendaciones se deben considerar para el trabajo tanto individual como en equipo. En esta guía, al igual que en la guía del docente, se realiza el cronograma de trabajo por sesión, que incluye qué temas se van a trabajar, qué conocimientos se adquieren en cada sesión, qué herramientas se pueden utilizar para dar solución al problema, cuáles son las actividades propuestas y las fechas de entregas de informe y sustentación del problema.

Implementación y resultados del proyecto

En el semestre 20201, se tenían dos grupos para trabajar la asignatura de Cálculo: con un grupo se trabajó la metodología tradicional todo el semestre, mientras con el otro el ABP solo en el tercer corte. Al tener dos grupos cada uno con su respectiva metodología, se podían tener comparaciones durante el proceso y en los resultados finales de aprendizaje, en atención a que los dos grupos contarían con el mismo docente y los mismos recursos digitales (como guías, videos y otros); la única diferencia era la metodología.

Se debe especificar que el tercer corte cuenta con cinco semanas o sesiones de clase. En el caso de la metodología tradicional, se iban a trabajar cuatro sesiones de clase y la quinta era para la evaluación final del curso, mientras en el ABP se trabajaba la primera sesión con todo el curso y de la segunda sesión hasta la cuarta con grupos independientes; en la quinta sesión, se debían presentar el informe y la sustentación final del proyecto.

Comparaciones durante el proceso

Habría que resaltar que los temas a trabajar son exactamente los mismos y se requiere el mismo tiempo para su desarrollo, es decir, que el grupo en el que se aplicó el ABP y el grupo en el que se aplicó la metodología tradicional no se encontrarían en desventaja de contenidos.

Con el ABP, se desarrolla un ejercicio de preguntarespuesta, y de intercambio de información continua entre docente y estudiante, puesto que



la necesidad de llegar a una respuesta correcta o concreta hace que los estudiantes se cuestionen la aplicación de los conceptos, la identificación de errores y el análisis de resultados.

En cada sesión, los grupos de estudiantes del ABP llegaban con diferentes preguntas para avanzar en su resolución. Esta parte no resultaría en particular sorprendente e inesperada de no ser por la forma en que hablan los estudiantes con respecto al tema de la sesión anterior. El tipo de preguntas que realizan los diferentes estudiantes en cada grupo estaban constituidas principalmente por comentarios y preguntas que no las hacían en la clase tradicional. Por otro lado, estaba el número de estudiantes participantes a la hora de hacer preguntas o explicar alguna situación al reunirse con los equipos de trabajo en el ABP; la participación en cada grupo de la mayoría de las estudiantes, mientras, en la clase tradicional, por lo general, estaba conformada por los mismos estudiantes que participan. La apropiación del tema para explicar el adelanto que habían realizado los grupos del ABP no se podía evidenciar en la clase tradicional.

Comparaciones en resultados de aprendizaje

Para comparar los resultados de aprendizajes, se crearon tres cuestionarios, uno por tema: los primeros dos determinaron el aprendizaje de contenidos más técnicos, mientras el último determinaba el aprendizaje del contenido práctico, la resolución de un problema aplicando los contenidos de los temas anteriores.

Tabla 9. Comparación de los resultados de los cuestionarios

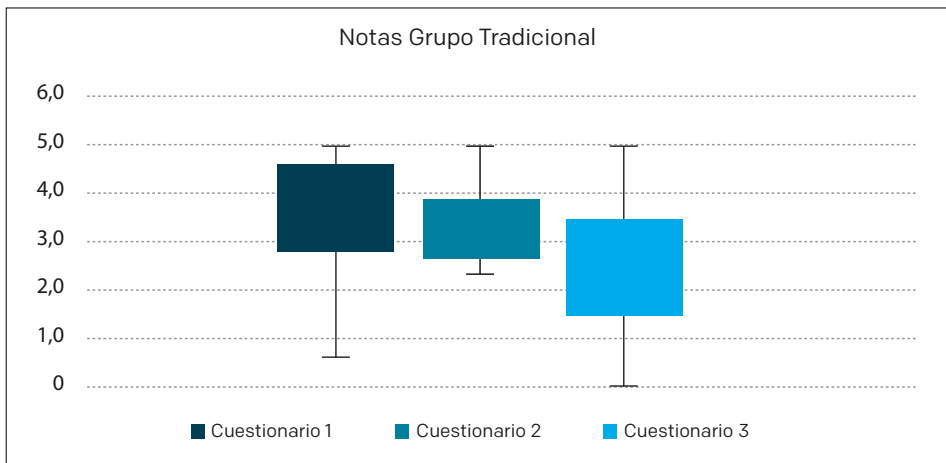
Grupo	Cuestionario 1	Cuestionario 2	Cuestionario 3	Media
Tradicional	3,3	3,5	2,8	3,2
ABP	3,6	4,5	4,2	4,1
Diferencia	0,3	1,0	1,4	0,9

Fuente: elaboración propia.

En la tabla 1, se puede apreciar que para el primer cuestionario, realizado en la sesión 2, a pesar de que el grupo ABP tiene un mejor promedio de resultados, no se percibe mayor distancia entre el uno y el otro. El grupo ABP solo ha trabajado una semana, mientras en el cuestionario 2 realizado en la sesión 3 hay un punto de diferencia en los promedios del grupo ABP con un promedio muy bueno, en contraste con el grupo tradicional con un promedio básico. En el cuestionario 3, y prácticamente el más importante puesto que evalúa la aplicación de los contenidos contextualizados en la carrera profesional, se nota una gran diferencia entre los dos grupos: el ABP está por encima de 4.0, mientras el grupo tradicional está por debajo de 3.0. Al final, podemos ver la diferencia entre los promedios de los tres cuestionarios casi de un punto por encima, de modo que 4,1 es un promedio alto para las asignaturas de ciencias básicas.

También se analiza la distribución de las notas de los dos grupos a través de los diagramas de cajas (figuras 1 y 2).

Figura 1. Distribución de notas de los cuestionarios, grupo tradicional

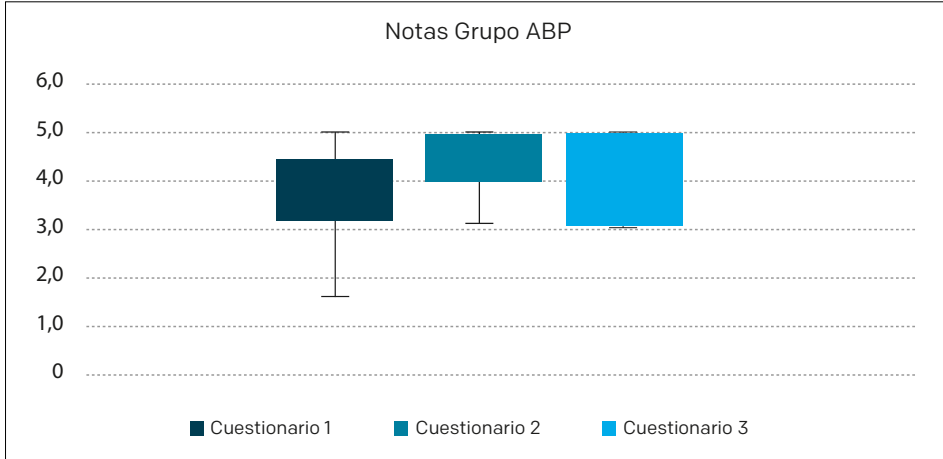


Fuente: elaboración propia.

En la figura 1, se observa la menor diferencia de notas entre los estudiantes.

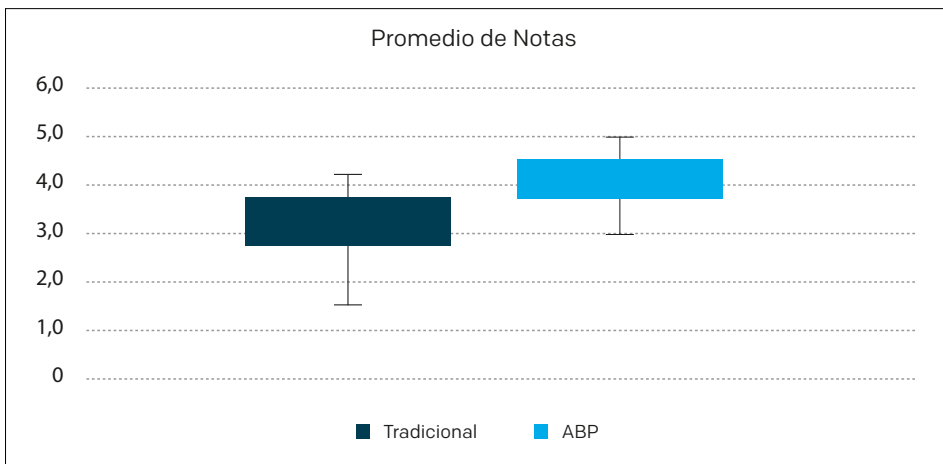


Figura 2. Notas del grupo ABP



Fuente: elaboración propia.

Figura 3. Promedio de notas



Fuente: elaboración propia.

En la figura 3, se observa la gran diferencia de promedios obtenidos por los estudiantes de los dos grupos.

Evaluación del aprendizaje basado en problemas y del profesor

Al terminar el proyecto del ABP, se les presentó una rúbrica de evaluación a los estudiantes para evaluar la metodología trabajada en el último corte y otra rúbrica para evaluar al profesor. Las dos rúbricas obtuvieron muy buenos resultados.

Función e importancia de las TIC en el proyecto

Las TIC desempeñan un papel fundamental en el proyecto realizado. La universidad cuenta con Moodle, donde los estudiantes podían encontrar todo el material de manera digital (documentos, guías, videos, actividades y cuestionarios); estos recursos, en realidad, se subieron a diferentes plataformas como SlideShare, Canva, Genially, YouTube, pero se podían visualizar fácilmente desde el Moodle sin necesidad de que el estudiante navegara en otras aplicaciones. Por otra parte, se crearon nueve rúbricas de evaluación: algunas de ellas eran completadas tanto por el docente como por el estudiante, mientras otras solo por los estudiantes o solo por el docente. Para ello, se utilizó CoRubrics de Google que permite compartir las rúbricas a manera de encuestas. Luego de finalizar los formularios, de una forma sencilla al docente se le facilitó conocer los resultados de las evaluaciones y compartirlos con los estudiantes.

Conclusiones

Con la ayuda del ABP, se pudo naturalizar y contextualizar la asignatura de Cálculo en el campo laboral, pues los estudiantes tienen un reto de índole empresarial durante la aplicación. El proceso de la resolución del problema posibilita al estudiante reconocer el uso de sus presaberes, por lo que, al mismo tiempo, se puede dar cuenta de cuáles son sus falencias en contenido y que para avanzar debe cubrir esa necesidad realizando consultas, ya al tutor, ya a cualquier otro medio de información.



Este tipo de metodologías dan la oportunidad de que el docente autoevalúe su rol como desarrollador de habilidades a través de los temas y las instrucciones que brinda para que el estudiante adquiera las competencias necesarias y que estas sean aplicadas de manera integral en su campo profesional y dar solución a situaciones reales.

El ABP brindó la posibilidad de articular con mayor facilidad la lectura y la escritura con la enseñanza de las matemáticas, con lo que se obtuvieron no solo buenos resultados en el proceso académico, sino que también se logró un mayor acercamiento y motivación por parte de los estudiantes, quienes lograron replantear alejándose un poco de la opinión general de que las asignaturas de matemáticas son difíciles.



Referencias

- Barrows, H. S. (1986). A taxonomy of problem-based learning methods. *Medical Education*, 20(6), 481-486. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2923.1986.tb01386.x>
- Benito, A. y Cruz, A. (2005). *Nuevas claves para la docencia universitaria en el Espacio Europeo de Educación Superior*. Narcea.
- De Miguel, D. (2005). *Metodologías de enseñanza para el desarrollo de competencias: Orientaciones para el profesorado universitario ante el Espacio Europeo de Educación Superior*. Alianza.
- Prieto Navarro, L. (2006). Aprendizaje activo en el aula universitaria: El caso del aprendizaje basado en problemas. *Miscelánea Comillas: Revista de Ciencias Humanas y Sociales*, 64(124), 173-196. <https://revistas.comillas.edu/index.php/miscelaneacomillas/article/view/6558/6367>